| | Revista Electrónica de Didáctica en Educación Superior | Nro. II, Octubre 2011 |
|---|---|---|
| ISSN: 1853-3159 | | |

# Enseñanza del Análisis Matemático en el primer año de un profesorado de Matemática

Carnelli, Gustavo; Maciejowski, Federico; Macri, Federico[1]

## 1. Introducción

Las dificultades de los estudiantes para integrarse a la actividad académica del primer año en el nivel superior en la Argentina son temas de investigación en el campo de la Educación desde hace ya algunos años. En particular, el profesorado de Matemática del Instituto Superior del Profesorado Dr. Joaquín V. González alcanza niveles preocupantes en las problemáticas de desaprobación y abandono de los estudios[2].

Diversas investigaciones destacan que el accionar de los profesores en el aula es la variable institucional más relevante en el desempeño estudiantil. En particular, Ezcurra (2007), señala que así se ponen de manifiesto las limitaciones de las actividades de información, orientación y apoyo que las instituciones brindan al estudiante, al no comprometer a las prácticas docentes. Atendiendo a esto, diseñamos una propuesta para el dictado de la asignatura Análisis Matemático I, fundada en criterios pedagógicos, didácticos y matemáticos tendientes a favorecer la integración de los estudiantes a la vida académica así como también brindar una propuesta de calidad y de la cual desarrollamos aquí algunos de sus elementos,

## 2. La propuesta de enseñanza

Es sabido que muchos de los estudiantes que se inician en los estudios superiores no disponen en forma satisfactoria de los conocimientos previos necesarios para encarar el aprendizaje de las materias superiores de Matemática. Entendemos que las propuestas

[1] Federico Maciejowski y Federico Macri son estudiantes avanzados de la carrera y se desempeñan como ayudantes de cátedra en la asignatura Análisis Matemático I del Instituto en el que se lleva a cabo esta experiencia (ISPJVG).

[2] En un estudio realizado por Carnelli y otros (2011, en prensa) se muestra que en tres de los seis primeros años del JVG, solo el 56, 1% de los estudiantes inscriptos cumple con los requisitos de asistencia (independientemente de que aprueben o no) de por lo menos una de las materias y que solo el 20,6 % lo logra en por lo menos seis de las ocho que contiene la programación del primer año.

de enseñanza deben ocuparse de atender a esta particularidad, redefiniéndose con el propósito de permitir que la mayor cantidad posible de estudiantes se integren a ella.

El espacio curricular en el que se inscribe la propuesta que reportamos aquí, Análisis Matemático I, de carácter anual, contiene los temas que se inscriben en lo que se llama habitualmente Cálculo diferencial e integral (con funciones de una variable), más algunos elementos que constituyen un acercamiento a los fundamentos del Análisis Matemático, con los alcances que pueden considerarse razonables para un primer año. Estas temáticas contienen una serie de aspectos que se presentan como sumamente complejos para los estudiantes que arriban al nivel superior: entre ellos, podemos señalar a la definición formal de límite, la noción de completitud de los reales y la de integral definida. Por esto, hemos dividido a la materia en dos partes, que incluyen cada una de ellas una pasada por esos temas, pero con distinto alcance, siguiendo una idea que puede verse en El Hasi y otros (1996). A grandes rasgos, en la primera etapa, trabajamos los aspectos más ligados al cálculo, sin descuidar el trabajo sobre las nociones que intervienen, dejando para la segunda etapa las cuestiones con mayor profundidad teórica. Esta elección se basa en los siguientes criterios:

- las cuestiones más ligadas al cálculo están más cercanas a las prácticas escolares que los estudiantes traen y no así lo relativo a la fundamentación de las nociones y la profundización teórica;

- en la segunda parte de la materia, un estudiante que ya ha transitado por varios meses de cursada de la materia y de los otros espacios del área, está en mejores condiciones de comprender las partes más complejas y abstractas.

A continuación, mostramos sintéticamente una descripción de cómo organizamos los contenidos:[3]

[3] Omitimos lo que tiene que ver con Sucesiones, que se incluye al final del curso.

| PRIMERA PARTE | SEGUNDA PARTE |
|---|---|
| **Números reales** | |
| ------------------ | Números racionales, irracionales y reales.<br>Módulo de un número real.<br>Densidad de los racionales.<br>Completitud de los reales.<br>Nociones de topología de los reales. |
| **Funciones** | |
| Noción de función. Composición de funciones. Función inversa | Inyectividad, suryectividad y biyectividad. Función inversa.<br>Funciones pares e impares |
| **Límite de funciones** | |
| Estudio de la tendencia de una función en el infinito.<br>Asíntotas horizontales. Noción de límite en el infinito.<br>Estudio de la tendencia de una función en un punto y de las distintas situaciones de discontinuidad a partir de funciones dadas por gráficos. Asíntotas verticales.<br>Noción de límite en un punto.<br>Caracterización de las nociones discontinuidad evitable y esencial y, luego, de la de continuidad.<br>Límites indeterminados del tipo 0/0 e $\infty/\infty$<br>Discusión acerca de las técnicas de cálculo de límites y de la notación utilizada en el cálculo.<br>Reconocimiento de las propiedades del límite que son usadas para el cálculo.<br>Estudio de la continuidad de una función dada por su fórmula. Cálculo de límites. | Construcción de la definición formal de límite y trabajo sobre las técnicas.<br>Sistematización y demostración de las propiedades del límite usadas en la primera parte.<br>Discusión sobre concepciones erróneas en la noción de límite |
| **Derivadas** | |
| Introducción de la derivada a partir del problema de la velocidad instantánea. Recta tangente a una curva en un punto. Ecuación de la recta tangente. No derivabilidad.<br>a) Con funciones polinómicas y racionales:<br>Crecimiento. Extremos. Problemas de optimización.<br>Concavidad de una función. Puntos de inflexión.<br>Estudio completo de una función<br>b) Idem a) con funciones que involucran exponenciales, logarítmicas y trigonométricas. | Estudio de la derivabilidad en casos destacados (funciones partidas, tangente vertical, puntos angulosos, etc.)<br>Teoremas del valor medio.<br>Límites indeterminados. Regla de L´ Hôpital.<br>Aproximación de funciones: diferenciales y Polinomio de Taylor. |
| **Integrales** | |
| Integral indefinida como proceso inverso de la derivación.<br>Métodos de integración. | Definición de integral definida.<br>Teorema fundamental del Cálculo. Cálculo de áreas. |

En lo que sigue, desarrollamos dos de los elementos de la propuesta con algún nivel de detalle: la enseñanza del límite funcional y los trabajos prácticos domiciliarios.

### *2.1. La enseñanza del límite funcional*

En la primera aproximación a la noción de límite trabajamos sin la definición formal. Fundamos esta elección en su alta complejidad y también en la de las técnicas específicas asociadas a ella y la necesidad de un manejo apropiado de los símbolos y de los cuantificadores, requisito que entendemos que los estudiantes no disponen al iniciar el cursado de la materia y difíciles de adquirir en poco tiempo.

Según Duval, "*la adquisición de un concepto en un individuo se dará en el momento que haya una coordinación, libre de contradicciones, entre las diferentes representaciones del objeto matemático*" (Hitt, F. 2000). Así, en este primer acercamiento, trabajamos desde la variedad de registros semióticos, con análisis de gráficos, de tablas de valores y de la expresión analítica de las funciones. Asumimos que omitir el trabajo con la definición formal favorece una idea dinámica de la noción, esto es que los valores de la función se "mueven" acercándose al valor del límite (Colombano y Rodríguez, 2010) y algunos de los modelos intuitivos de límite que desarrolló Williams (1991). De estos modelos, los que tienen un campo de validez limitado son el *dinámico teórico* (el límite es un valor que describe cómo una función se mueve cuando la variable independiente se acerca a un cierto valor), *dinámico práctico* (decidir el límite tomando valores cada vez más cercanos al punto dado), el modelo *cota* (la función no puede superar el valor del límite) y el *no alcanzable* (el valor del límite no puede ser alcanzado por la función). Los otros dos modelos, matemáticamente correctos son el *formal* (asociado a la definición formal) y el modelo *aproximación* (el límite es un valor del que puede darse una aproximación tan precisa como se quiera) (Colombano y Rodríguez, 2010). En el segundo abordaje del tema, nos ocupamos de estas cuestiones.

En las actividades que planteamos, estudiamos la tendencia de una función en el infinito y en un punto, lo que nos permite introducir las nociones de asíntota y de discontinuidad evitable y esencial. La caracterización de la continuidad surge como cierre de este estudio.

Una de las técnicas más usuales para el cálculo de límites consiste en buscar la imagen del valor en cuestión y su fundamento radica en la continuidad de las funciones involucradas. Esta particularidad es una fuente de concepciones erróneas ya que para calcular un límite se busca lo que sucede en el punto, contradiciendo la noción, que se limita a las cercanías del punto y no a lo que sucede en él. Por esto, cerramos la parte práctica del tema con ejercicios de cálculo de límites en puntos de continuidad, retomando la justificación de esta técnica tras la enseñanza del tema. Por ejemplo, el cálculo de $\lim_{x \to 3}(x^2) = 9$, obtenido como $3^2$, aparentemente trivial, encierra la complejidad mencionada.

A continuación, mostramos algunas de las actividades que proponemos en la enseñanza del tema y que nos interesa comentar. Están extraídas de los trabajos prácticos domiciliarios, de los que hablamos más adelante:

| |
|---|
| **1-** Decidir si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. Justificar con precisión. |
| a) Si la fórmula de una función es un cociente de dos polinomios entonces cada cero del denominador se corresponde con la existencia de una asíntota vertical. |
| b) Para que una discontinuidad en un punto sea esencial es necesario que la función no esté definida en ese punto. |

c) Si una función tiene una asíntota vertical en *x = a* entonces no es continua en *x = a*.

Estas actividades accionan sobre lo constitutivo de las nociones y sobre ciertas concepciones erróneas reconocidas. A partir del trabajo previo del estudiante, en la clase se discute lo involucrado. En el ítem a), apuntamos a una idea errónea usual consistente en que la existencia de una asíntota vertical implica la no existencia de imagen. Sin embargo, para que haya una asíntota vertical, el límite en el punto debe ser infinito y no necesariamente debe ocurrir que la función no esté definida ahí. Aquí, probablemente esté en juego una imagen conceptual (Tall, D. y Vinner, S., 1981) inapropiada de asíntota vertical a la que probablemente los estudiantes apelen (un gráfico del estilo de $y = \frac{1}{x}$ ), en lugar de usar su definición. Lo planteado en el ítem b) es análogo. En cambio, en el ítem c) se requiere de una deducción sencilla: la existencia de asíntota vertical implica que el límite en el punto es infinito lo que a su vez implica que la función no puede ser continua en ese punto ya que para ello se requiere la existencia del límite. Sin embargo, aquí también la situación es propicia para que intervenga la imagen conceptual mencionada de asíntota vertical y, por lo tanto, la decisión sobre la veracidad del enunciado sea errónea.

Completamos el tratamiento de la primera parte con el estudio de los casos de indeterminación del tipo infinito sobre infinito y cero sobre cero. En este último caso, lo hacemos con el análisis de las fórmulas y los gráficos de la función original y la que resulta de salvar la indeterminación, observando que coinciden en todos sus puntos excepto en el que se busca el límite, hecho que justifica la técnica de buscar el límite de la original calculando el límite de la simplificada. Además, el vínculo entre los aspectos analítico y gráfico, contribuye a trabajar sobre la idea errónea asociada a este tipo de indeterminaciones, de que "*la función que 'no existía' en cierto valor de x, ahora 'ya existe'*" (González Rendón y otros, 2011)

Es habitual ver que casi todas las actividades de límite estén centradas en el registro algebraico, esto es, realizar ciertas tareas a partir de la expresión analítica de la función. A continuación mostramos algunas otras actividades que trabajamos, que apuntan al uso del registro gráfico y a las tareas inversas de las usuales.

**Actividades de límite**

**1-** a) Proponer una función (dominio, codominio y gráfico) que cumpla las condiciones que se dan en cada ítem.

i) sus asíntotas tienen ecuaciones *x = 3* y *y = 1*

ii) sus asíntotas tienen ecuaciones *x = 4*, *x = –4* e *y = 0*

iii) coincide con una función lineal creciente, excepto para *x = 2* en que tiene una discontinuidad evitable.

iv) coincide con una función lineal constante, excepto para *x = –2* en que tiene una discontinuidad evitable.

v) tiene límites laterales finitos y distintos en *x = 1*.

vi) tiene una discontinuidad evitable y una esencial

vii) es continua en $\mathbb{R}$ y tiene una asíntota horizontal.

b) Proponer, para cada caso de a) una función (dominio, codominio y fórmula) que cumpla las condiciones dadas.

**2-** a) ¿Puede un límite indeterminado del tipo $\frac{A^{\to 0}}{B^{\to 0}}$ dar 3? En caso afirmativo, dar una función (dando dominio, codominio y fórmula) que lo cumpla. En caso negativo, explicar por qué.

b) Ídem a) para un límite indeterminado del tipo $\frac{A^{\to \infty}}{B^{\to \infty}}$ que dé 2

c) Ídem a) para un límite indeterminado del tipo $\frac{A^{\to \infty}}{B^{\to \infty}}$ que dé ∞

La noción de límite con la que nos manejamos, contiene imprecisiones al momento de determinar el valor de ciertos límites o aún respecto de su existencia, por lo que resulta necesario contar con una definición que permita decidir sin ambigüedades si el límite de una función en un punto es o no un cierto valor. Aquí aparece la definición formal, que es el trabajo central de la segunda aproximación al tema. Introducimos las nociones topológicas de la recta real (entornos, puntos de acumulación, etc.) con el propósito de ver en qué puntos tiene sentido calcular límites, analizamos la existencia de entornos del punto de forma tal que para esos valores se cumpla que la diferencia entre la función y el límite (en valor absoluto) sea menor que un cierto número dado y nos planteamos situaciones que responden a los siguientes cuestionamientos: ¿por qué no partir de entornos del punto?, ¿por qué no partir de un único entorno del límite?. Finalmente, construimos la definición formal de límite, demostramos límites utilizando la definición (centrándolo en el trabajo de las técnicas) y discutimos la demostración de las propiedades en las cuales se apoyó el cálculo de límites realizado en la primera parte de la materia. Dado que los modelos propios de cada estudiante suelen estar influenciados por los modelos iniciales de la noción (Cornu, 1981), como cierre del tema, proponemos algunas actividades que apuntan a atender los modelos espontáneos no apropiados de Williams, que mencionamos más arriba.

### *2.2. Los trabajos prácticos domiciliarios*

Los mecanismos tradicionales de evaluación se reducen a recabar información de los conocimientos de los estudiantes en unos pocos momentos de la cursada (los exámenes parciales) y sus fines parecen más ligados a la determinación de la acreditación que a la atención del proceso de aprendizaje. Así, el estudiante se encuentra que estas instancias son las primeras y únicas en las que dispone de la corrección detallada de sus producciones por parte del docente pero, a la vez, son los momentos en los que define la promoción de la materia. Además, debido a la existencia de solo dos o tres exámenes parciales por materia anual, la cantidad de contenidos que se incluyen es amplia, implicando para los estudiantes un tipo de práctica académica muy distinta a la que es habitual en la escuela media y que, por lo tanto, requiere adaptación.

En nuestra propuesta de evaluación, contemplamos tres evaluaciones parciales y una evaluación de proceso conformada por una serie de breves trabajos prácticos de periodicidad semanal cuyo contenido guarda relación con las temáticas previamente trabajadas en clase. Esta es una de las actividades en las que utilizamos el recurso del “aula virtual”, en este caso, para brindarles las consignas. La cátedra dispone de un espacio en una plataforma del Instituto Nacional de Formación Docente (INFOD). Pensamos que, dada la importancia de los recursos tecnológicos y su demanda creciente en los tiempos actuales, los alumnos deben acercarse a los medios informatizados. En el aula virtual se dispone del material de la cátedra, la bibliografía recomendada, las guías de trabajo, las respuestas a los ejercicios propuestos (algunos resueltos con detalle) y la posibilidad de comunicación constante mediante tres vías: un mail interno (que puede dirigirse a todo el grupo), un canal de chat y un foro, en donde los alumnos pueden "publicar" dudas, inquietudes, o informaciones relevantes para todo el curso. Todos los alumnos pueden, una vez ingresados sus datos personales (mediante un "log in" similar al de acceso a cualquier correo electrónico), acceder a estos elementos.

Una vez que se dispone de las consignas, los trabajos prácticos deben ser entregados en la clase inmediatamente posterior. La producción escrita realizada por los alumnos no es calificada aunque sí se incluye como parte de la condición de regularidad la entrega de por lo menos un 50 % de estos trabajos. Con esto, los estudiantes disponen de producciones escritas corregidas en instancias previas a las de las evaluaciones parciales y, a la vez, se estimula la realización de tareas fuera de la clase. Estos trabajos se caracterizan por promover la argumentación y, en particular, la utilización del registro gráfico (en donde reconocemos particulares falencias) así como también accionar sobre concepciones erróneas reconocidas. A través de este recurso nos proponemos que los estudiantes reflexionen sobre los temas vistos desde una perspectiva diferente ya que los ejercicios admiten variedad en las respuestas. Algunos de los propósitos buscados son la incorporación a la clase de la reflexión y el debate de errores habituales, la incentivación a la participación de cada estudiante y la valoración de la realización de la tarea, aún cuando contenga errores matemáticos.

A continuación exhibimos algunas actividades extraídas de los trabajos prácticos domiciliarios mencionados, de las que nos interesa hacer ciertas consideraciones:

**Trabajos prácticos domiciliarios**

**1-** Proponer, en cada caso, una función <u>dada por su gráfico</u> que cumpla las condiciones que se indican en cada ítem (una distinta por ítem). Luego, justificar que efectivamente se verifican las condiciones pedidas.

a) las rectas de ecuaciones $x = 2$ e $y = -3$ son asíntotas al gráfico.

b) tiene una discontinuidad evitable en $x = 1$

c) tiene una discontinuidad esencial en $x = 0$

A partir de las producciones de los estudiantes, en la clase retomamos las cuestiones que hayamos visto como dificultosas. Entre ellas, podemos mencionar las siguientes:

a) asociación entre la existencia de asíntota vertical y la inexistencia de imagen (como ya mencionamos);

b) asociación entre cero del denominador de la fórmula de la función y la existencia de asíntota vertical;

c) dificultades para trazar el gráfico de una función (sin pasar por su fórmula) que cumpla condiciones respecto de límites, discontinuidades, asíntotas, etc.

d) escrituras incorrectas como $\lim_{x \to 0} \left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{0} = \infty$, que develan confusión entre la operatoria con límites y con números reales; expresiones incorrectas como “el límite tiende” (en lugar de “el límite es”), aún con escrituras como $\lim_{x \to 0} f(x) ( 1$. Vale destacar que esto ha aparecido en baja medida, probablemente debido a que es trabajado en la clase en forma recurrente.

En actividades como las ejemplificadas se expresan las dificultades que tienen los alumnos al momento de realizar el trabajo inverso al habitual, consistente en partir de una función dada por su fórmula y mediante manipulación algebraica, obtener datos del comportamiento de la función, para esbozar un gráfico aproximado. El tipo de ejercicios que planteamos, da lugar a cierto grado de creatividad ya que si bien hay restricciones en la consigna, las respuestas correctas pueden variadas. Sin embargo, en ocasiones, los estudiantes proponen primero una fórmula y luego presentan el gráfico correspondiente a ella, procedimiento correcto aunque alejado de las intenciones de la actividad. En alguna medida, estas actividades producen una ruptura con las actividades clásicas a las que los estudiantes están acostumbrados.

Otra de las cuestiones que pensamos que debemos atender, debido a lo novedoso y dificultoso que resulta como práctica académica, es la preparación del examen final. Es frecuente, sobre todo en el primer año académico, que los alumnos se sientan desorientados a la hora de preparar un examen final por la incertidumbre que la preparación misma les genera; inclusive a aquellos que ya tuvieron experiencias académicas previas en otras instituciones o que han pasado por instancias evaluativas similares.

En nuestra propuesta, el examen final consiste de una primera parte integrada por unos pocos ejercicios del estilo de los evaluados en los exámenes parciales. Luego, en la segunda parte, de carácter oral, se evalúan los aspectos de índole teórica de la materia. Para eso, elaboramos un cuestionario exhaustivo de las cuestiones que el estudiante debe manejar.

Para ayudar a los estudiantes en la preparación de esta segunda parte del examen, planteamos los últimos trabajos prácticos domiciliarios usando ese cuestionario formado por preguntas “clave”, que consideramos fundamentales para la comprensión de las nociones principales de la materia y que incluyen los contenidos mínimos de aprendizaje para cualquier alumno la promoción de la materia, independientemente de la comisión en que se curse. Estos trabajos prácticos permitirán a los alumnos preparar los contenidos del examen final, a partir de un mecanismo cooperativo. En el primer trabajo práctico, los alumnos elaboran su respuesta a una pregunta de la lista que se les asigna (por ejemplo, el “alumno 1” contesta la pregunta 1, el “alumno 2” contesta la pregunta 2, etc.). Luego, las respuestas se suben a un foro del aula virtual (en un formato de procesador de texto estándar). Sin mediar corrección por parte del docente, en el segundo trabajo práctico la metodología se repite, de forma tal que a cada alumno le toca reescribir, reelaborar y/o ampliar la respuesta de una de las preguntas que otro compañero escribió (por ejemplo, al “alumno 1” le toca la pregunta 2, a partir de la respuesta que elaboró previamente el “alumno 2”). Luego de esto, el docente corrige las producciones del segundo trabajo práctico. En el tercer y último trabajo práctico, cada estudiante reformula la respuesta, de ser necesario, a partir de las correcciones del docente. De esta forma, todos los estudiantes respondieron a dos de las preguntas y disponen de la corrección de todo el cuestionario.

A modo de ejemplo, exponemos algunas de las preguntas que conforman el cuestionario:

1) ¿Cuándo una función es continua en un punto? ¿Y en un intervalo cerrado?
Explicar y ejemplificar
2) ¿Qué límites son indeterminados? ¿Qué recursos se utilizan para salvarlos?
Ejemplificar
3) ¿Qué dice la definición de derivada en un punto?
Explicarla en general
4) ¿Qué relación hay entre continuidad y derivabilidad?
Explicar el enunciado directo y recíproco y sus justificaciones.
5) ¿Qué relación hay entre extremos y derivada primera?
Explicar y ejemplificar (ver si extremo implica derivada 0 y su recíproco)
6) ¿Qué relación hay entre puntos de inflexión y derivada segunda?
Explicar y ejemplificar (ver si punto de inflexión implica derivada segunda 0 y su recíproco).
7) ¿Cómo se decide si una función es derivable en un punto de corte de una función partida?
Explicar y ejemplificar.
8) ¿Qué dice el Teorema de Bolzano?
Enunciarlo en términos simbólicos y coloquiales. Ejemplificar (contemplar en los ejemplos la no unicidad del valor). Justificar la necesidad de sus hipótesis.
9) ¿Qué dice el Teorema de Lagrange?
Enunciarlo en términos simbólicos y coloquiales. Ejemplificar (contemplar en los ejemplos la no unicidad del valor).. Justificar la necesidad de sus hipótesis.
10) ¿Qué es el supremo (o el ínfimo) de un conjunto? ¿Qué quiere decir que $\mathbb{R}$ es completo y $\mathbb{Q}$ no?
Explicar y ejemplificar.
11) ¿Qué dice el criterio de la derivada segunda para decidir sobre un extremo? Explicar y ejemplificar.
12) ¿Cuándo una función es integrable?
Explicar y ejemplificar.
13) ¿Qué relación hay entre la integral definida de una función y el área del recinto encerrado por la curva, el eje de las abscisas y las rectas verticales determinadas por los límites de integración?
Explicar y ejemplificar.

## 3. Consideraciones finales

A partir de 2011, hemos incluido en la propuesta varios elementos nuevos. Los resultados obtenidos hasta el momento, son relativamente alentadores. Superados los primeros dos parciales (y una instancia recuperatoria de uno cualquiera de ellos), los porcentajes de aprobados son los siguientes: 58 % para el primer parcial y 59 % para el segundo. Estos valores superan a los obtenidos en años anteriores, en que oscilaban entre un 35 y un 45 %. Sin embargo, los índices de abandono siguen siendo altos: de 59 alumnos que alguna vez asistieron a clase, 45 rindieron el primer parcial y 34 el segundo. Así, el desgranamiento ronda el 43 %, índice cercano al que habitualmente se da en las distintas materias disciplinares del primer año en cada ciclo lectivo.

Si analizamos la relación entre la entrega de los trabajos prácticos domiciliarios y el rendimiento en las evaluaciones parciales, podemos decir que el 70 % de quienes no entregan por lo menos la mitad de los trabajos prácticos, no aprueban ninguno de los dos parciales, mientras que esto le ocurre a solo el 20 % de los que sí entregan por lo menos la mitad de los trabajos. Además, de los 15 estudiantes que aprobaron ambos parciales, solo 1 no entregó por lo menos la mitad de los trabajos prácticos.

En este trabajo, hemos desarrollado algunas cuestiones que hacen a la propuesta de enseñanza de la materia. Más allá de las consideraciones sobre los resultados obtenidos (parciales aún, debido a que la experiencia está en marcha), consideramos valioso comunicar una serie de acciones que realizamos con vistas a favorecer la inclusión a la vida académica del nivel superior de una población de estudiantes particularmente frágiles.

## 4. Bibliografía

- CARNELLI, G.; MACIEJOWSKI, F.; PARADA, D. (2011, en prensa). *Un estudio sobre la evolución del abandono en las asignaturas del primer año de un profesorado de Matemática*. Trabajo aceptado a publicarse en Memorias del I Congreso Internacional en Enseñanza de las Ciencias y la Matemática y II Encuentro Nacional de Enseñanza de la Matemática. Tandil, Argentina.

- COLOMBANO, V. y RODRIGUEZ, M. (2010) *Propuesta para superar algunos modelos intuitivos no apropiados de límite funcional*. Disponible en http://www.famaf.unc.edu.ar/rev_edu/documents/vol_25/prop_11.pdf

- CORNU, B. (1981) *Apprentissage de la notion de limite: modèles spontanés et modèles propres*. Proceedings of the Fifth Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Grenoble

- GONZÁLEZ RENDÓN, L.; RADILLO ENRIQUEZ, M.; PAREDES AGUILA, I.; SAHAGUN CASTELLANOS, A.; ESPINOZA SANCHEZ, R. (2011) *Propuestas de enseñanza del límite de una función racional, mediante actividades de visualización*. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. Volumen 24. Clame.

- EL HASI, C.; FALSETTI, M.; KULESZ, L.; RODRIGUEZ, M. (1996) *Una estrategia para abordar un curso introductorio de Cálculo.* Revista de Educación Matemática, Salta, Argentina.

- EZCURRA, A. (2007) "Los estudiantes de nuevo ingreso: democratización y responsabilidad de las instituciones universitarias". En: *Coloquio: La situación de los estudiantes de nuevo ingreso: un desafío para la Universidad del siglo XXI*. México.

- HITT, F. (2000) *Construcción de conceptos matemáticos y de estructuras cognitivas*. Actas del Working Group: *Representations and mathematics visualization* del PME-NA, Tucson, Arizona, pp. 131-147

- TALL, D. y VINNER, S. (1981) *Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity.* Educational Studies in Mathematics, Vol.12 (No.7) 151-169.